2025-7-B2

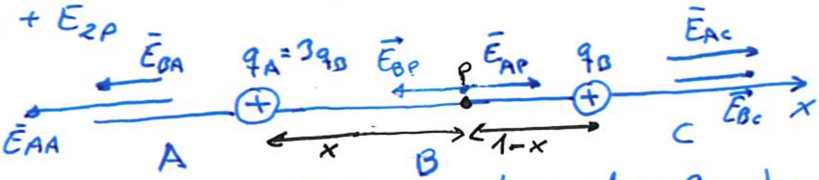
Bi karga elektriko puntual, q_A eta q_B, 1 metroko distantzian kokatuta daude elkarrengandik; lehenengoaren balio absolutua bigarrenarena baino hiru aldiz handiagoa da: $q_A = 3q_B$.

Lortu 1 balioko hirugarren karga positibo bat orekan dagoen puntua, honako egoera hauetan:

1. Zeinu berekoak dira A eta B.
2. Kontrako zeinukoak dira A eta B.
3. Puntu horietan, nulua izango al da potentzial elektrostatikoa?

Arrazoitu erantzunak.

1. eta 2. Aipatzen diren puntuetan karga biek sortuko eremu elektriko totala nulua da. Puntu horretako eremua, gainezarmenaren printzipioa aplikatuz: $\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$



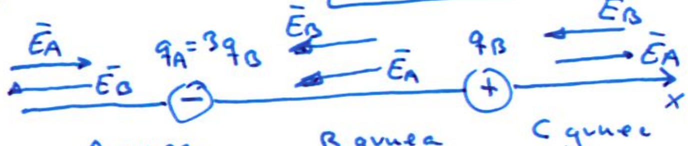
1. Zeinu berekoak badira:

Ikusten denez anulatzeko aukera bakarra bi kargen artean dago, P puntuan:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{AP} + \vec{E}_{BP} = 0 \rightarrow \vec{E}_{AP} = -\vec{E}_{BP} \rightarrow K\frac{q_A}{x^2}\hat{i} = -\left(-K\frac{q_B}{(1-x)^2}\hat{i}\right) \rightarrow$$

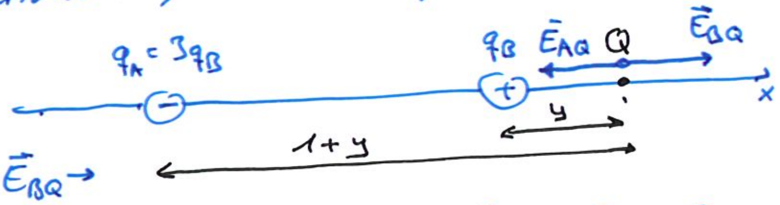
$$\rightarrow \frac{3q_B}{x^2} = \frac{q_B}{(1-x)^2} \rightarrow 3(1-x)^2 = x^2 \rightarrow 3 + 3x^2 - 6x - x^2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{4} = \frac{6 \pm 3'46}{4} \begin{cases} 2'36 > 1 \text{ ezinduа.} \\ \boxed{x = 0'635\ m} \end{cases}$$



2. Kontrako zeinukoak izanik

Grafikan dagoen banaketa aukeratuta, eremu totala anulatzeko aukera dauketen guneak A eta C dira, $\vec{E}_A$ eta $\vec{E}_B$ kontrako noranzkoak direlako. Hala ere, $q_A = 3q_B$ denez A gunean beti gainditzko da, beraz aukera posible bakarra C gunea da.



Holan:

$$\vec{E}_Q = \vec{E}_{AQ} + \vec{E}_{BQ} = \vec{0} \rightarrow \vec{E}_{AQ} = -\vec{E}_{BQ} \rightarrow$$

$$\rightarrow -K\frac{q_A}{(y+1)^2}\hat{i} = -K\frac{q_B}{y^2}\hat{i} \rightarrow \frac{3}{(y+1)^2} = \frac{1}{y^2} \rightarrow 3y^2 - y^2 - 1 - 2y = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y^2 - 2y - 1 = 0 \rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{4} = \frac{2 \pm 3'46}{4} \begin{cases} y < 0 \text{ ezinezkoa.} \\ \boxed{y = 1'365\ m} \end{cases}$$

3. → Zeinu berekoak: inon ez da zero izango, kargek sortutakoak positiboak direlako.

→ Kontrako zeinukoak: $V_Q = V_{AQ} + V_{BQ} = K\frac{|q_A|}{1+y} - K\frac{|q_3|}{y} = K\cdot|q_3|\left(\frac{3}{1+y} - \frac{1}{y}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_Q = K|q_3|\cdot\left(\frac{3}{2'365} - \frac{1}{1'365}\right) = K|q_3|\cdot 0'5358 \neq 0$$

Beraz ez da anulatzen ez P puntuan eta Q puntuan ere.

2025-6-B2.- Bi karga puntual, A eta B, $q_A = +5nC$ eta $q_B = -5nC$ baliokoak haiek, XY planoan daude $(-4{,}0)cm$ eta $(4{,}0)cm$, posizioetan, hurrenez hurren.

Aipatutako karga-banaketa horren kasurako, kalkulatu zein den potentzial elektrikoa eta eremu elektrikoa honako puntu hauetan:

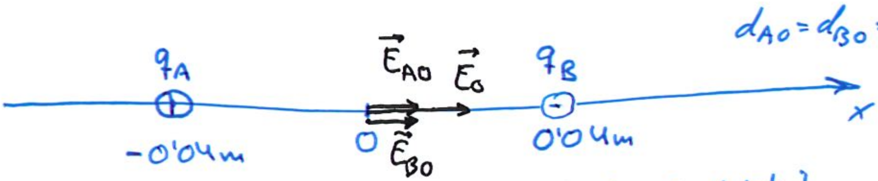
1. Koordenatuen jatorrian.
2. Planoko $(0{,}3)cm$ puntuan.

Kasu bakoitzean, egin eremu elektrikoen bektoreen eskema.

Datua: Coulomb-en legearen konstantea, $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$.

$d_{AO} = d_{BO} = d$

1.



Karga batek distantzia batera sortutako potentzial elektrikoa adierazpide honekin kalkulatzen da: $V = K\frac{Q}{d}$

O puntuan biek sorturikoen batura egingo dugu, gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{V_0} = V_{AO} + V_{BO} = K\frac{q_A}{d_{AO}} + K\frac{q_B}{d_{BO}} = \frac{K}{d}(q_A + q_B) = \frac{K}{d}(5\cdot10^{-9} - 5\cdot10^{-9}) = \boxed{0\,V}$$

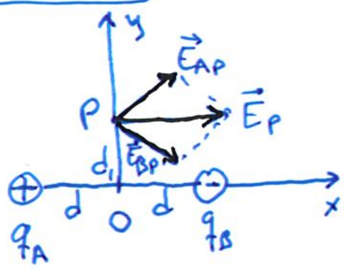
Eremu elektriko totalaren intentsitate bektorea berriro gainezarmenaren bitartez kalkulatuko dugu:

$$\boxed{\vec{E}_0} = \vec{E}_{AO} + \vec{E}_{BO} = K\frac{|q_A|}{d^2}\hat{i} + K\frac{|q_B|}{d^2}\hat{i} = \frac{K}{d^2}(5\cdot10^{-9}\cdot 2)\hat{i} =$$

$$= \frac{9\cdot10^9}{0'04^2}\cdot 10\cdot10^{-9}\,\hat{i} = \boxed{56250\,\hat{i}\ N/C}$$

2.

Aurreko atalaren arrazonamendu berdinengatik...



$$\boxed{V_P} = V_{AP} + V_{BP} = K\frac{q_A}{\sqrt{d^2+d_1^2}} + K\frac{q_B}{\sqrt{d^2+d_1^2}} = \frac{K}{\sqrt{d^2+d_1^2}}(q_A + q_B) = \frac{K}{\sqrt{d^2+d_1^2}}(5\cdot10^{-9} - 5\cdot10^{-9}) = \boxed{0\,V}$$

$$\boxed{\vec{E}_P} = \vec{E}_{AP} + \vec{E}_{BP} = \frac{K|q_A|}{d^2+d_1^2}\cdot(\cos45^\circ\,\hat{i} + \sin45^\circ\,\hat{j}) + \frac{K|q_B|}{d^2+d_1^2}\cdot(\cos45^\circ\,\hat{i} - \sin45^\circ\,\hat{j}) \overset{|q_A|=|q_B|}{=}$$

$$= 2\frac{K|q_A|}{d^2+d_1^2}\cos45^\circ\,\hat{i} = 2\cdot\frac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-9}}{0'04^2+0'03^2}\cos45^\circ\,\hat{i} = \boxed{25455{,}84\,\hat{i}\ \frac{N}{C}}$$

2024 -6-A.2.- Bi karga elektriko kokatu dira 3 m luzeko segmentu baten erpinetan: +1 μC (ezkerrean) eta +2 μC (eskuinean). Lortu honako hauek:

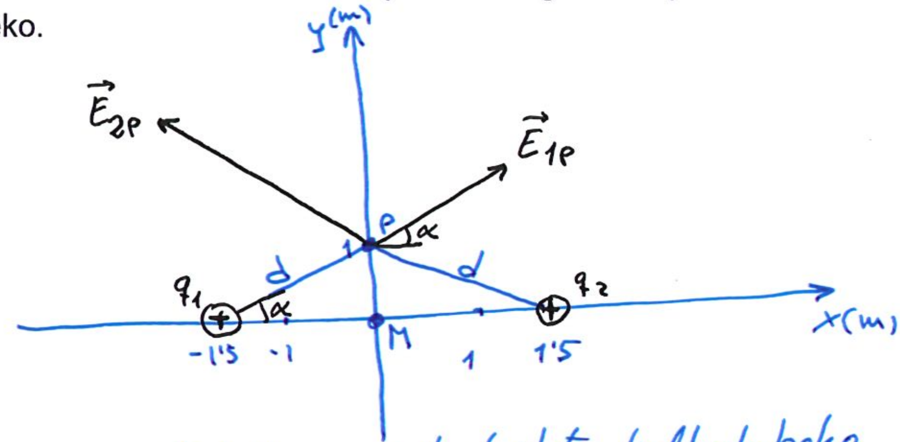
a) eremu elektrikoa segmentuaren zentrotik (M puntutik) eta bertikalean gora 1 m-era dagoen puntu batean (P puntuan);

b) potentzial elektrikoa segmentuko zentroan, M puntuan;

c) zer lan egin behar duen eremu elektrikoak +1 μC-eko karga bat P puntutik M puntura eramateko.

Datuak:

- $K = 9 \cdot 10^9 \ N\,m^2C^{-2}$
- $1\ \mu C = 10^{-6}\ C$



$\alpha = \text{arctg}\frac{1}{1'5} = 33'7^\circ$

$d = \sqrt{1^2 + 1'5^2} = 1'8\,m$

a) P puntuan dagoen eremu elektrikoaren intentsitatea kalkulatzeko gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dugu: $\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$ →

$\rightarrow \boxed{\vec{E}_P} = K\frac{q_1}{d^2}(\cos 33'7\,\hat{i} + \sin 33'7\,\hat{j}) + K\frac{q_2}{d^2}(-\cos 33'7\,\hat{i} + \sin 33'7\,\hat{j}) =$

$= 9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-6}}{1'8^2}(\cos 33'7\,\hat{i} + \sin 33'7\,\hat{j}) + 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}}{1'8^2}(-\cos 33'7\,\hat{i} + \sin 33'7\,\hat{j}) =$

$= \boxed{(-2'31\cdot10^3\,\hat{i} + 4'23\cdot10^3\,\hat{j})\frac{N}{C}}$

b) Berriro gainezarmena aplikatuz: $\boxed{V_M} = V_{1M} + V_{2M} = K\left(\frac{q_1}{d_{1M}} + \frac{q_2}{d_{2M}}\right) =$

$= 9\cdot10^9\left(\frac{10^{-6}}{1'5} + \frac{2\cdot10^{-6}}{1'5}\right) = \boxed{1'8\cdot10^4\,V}$

c) Eremuak egin beharreko lana energia potentzialaren aldaketa negatiboaren bitartez adierazten da. $W = -\Delta E_p$.

Horretarako P puntuan dagoen potentziala kalkulatuko dut.

$V_P = V_{1P} + V_{2P} = K\left(\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{d}\right) = \frac{K}{d}(q_1 + q_2) = \frac{9\cdot10^9}{1'8}\cdot3\cdot10^{-6} = 1'5\cdot10^4\,V$

Horrela: $\boxed{W_{P\to M}} = -\Delta E_p = -(E_{pM} - E_{pP}) = -q_3(V_M - V_P) = -10^{-6}(1'8\cdot10^4 - 1'5\cdot10^4) =$

$= \boxed{-3\cdot10^{-3}\,J}$ Beraz eremuak berez ez du karga horrela mugituko. Kanpoko norbaitek egin behar du.

2023-6-A2

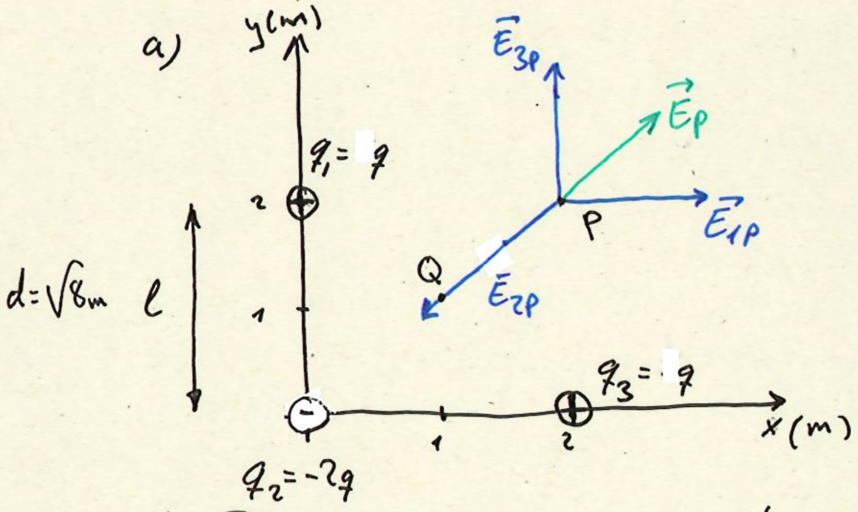
Hiru karga elektriko puntual $l = 2$ m aldeko lauki baten erpinetan kokatu ditugu: haietako 2, q karga positibokoak, (2,0) eta (0,2) puntuetan; eta, hirugarrena, aldiz, $-2q$ karga negatibokoa, (0,0) puntuan. Kargaren balioa hau da: $q = 1 \times 10^{-6}$ C.

a) Lortu eremu elektriko erresultantea eta puntuan dagoen potentzial elektrikoa (2,2) .

b) Kalkulatu zer lan egin behar den q karga negatiboa (2,2) laukiaren erpinetik laukiaren zentrora, (1,1) puntura, eramateko.

Datuak:
$K = 9 \cdot 10^9$ Nm²C⁻²

a)



Gainazarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} + \vec{E}_{3P} =$$

$$= K\frac{q_1}{l^2}\hat{i} - K\frac{|q_2|}{d^2}(\cos 45^\circ \hat{i} + \sin 45^\circ \hat{j}) +$$

$$+ K\frac{q_3}{l^2}\hat{j} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \boxed{\vec{E}_P} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{4}\hat{i} - 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 2^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right) + 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{4}\hat{j} = \boxed{659(\hat{i}+\hat{j})\frac{N}{C}}$$

Orain P puntuan dagoan potentzial elektrikoa, barriro gainazarmenagaz:

$$\boxed{V_P} = V_{1P} + V_{2P} + V_{3P} = K\frac{q_1}{l} + K\frac{q_2}{d} + K\frac{q_3}{l} = K\left(\frac{q}{l} - \frac{2q}{d} + \frac{q}{l}\right) =$$

$$= 2Kq\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{d}\right) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{8}}\right) = \boxed{2636\,V}$$

b) Kalkulu hau eremuak egindako lanaren bitartez kalkulatuko dogu eta gero interpretatuko dogu: $W_{EREMUAK} = -\Delta E_p = -q(V_Q - V_P)$ (*)

Barriro gainazarmenagaz: $V_Q = V_{1Q} + V_{2Q} + V_{3Q} = K\frac{q_1}{d/2} + K\frac{q_2}{d/2} + K\frac{q_3}{d/2} =$

$$= \frac{K \cdot 2}{d}(q - 2q + q) = 0\,V$$

(*) $\to \boxed{W_{EREMUAK} = -q(0 - 2636) = -2636 \cdot 10^{-6}\,J}$ dana negatiboa danez

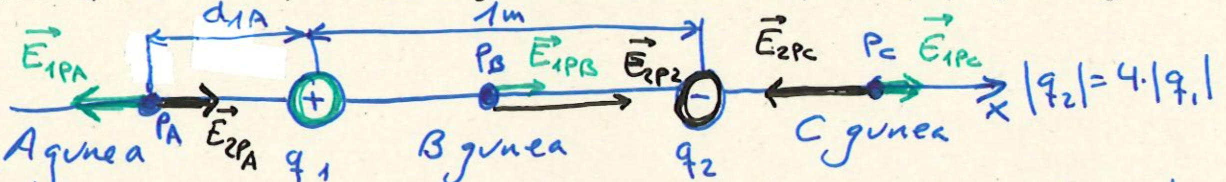
benetan ikusten da guk eroan beharko dogula karga zentrurantz, eremuak berak ez dauala eroango.

2022-6-A2

Bi karga puntual bi posizio finkoetan dagude espazioan, bien arteko distantzia 1 m-koa izanik. Kargen balioak +10 μC eta - 40 μC dira. Kalkulatu:

a) A puntu bat non eremu elektrikoa nulua den.
b) B puntu bat non potentzial elektrikoa nulua den.
c) A puntutik B puntura protoi bat eramateko egin behar den lana.

DATUAK: $K = 6{,}67{\cdot}10^{9}\ N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}$; Protoiaren kargaren balio absolutua: $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C; $m_P = 1{,}7{\cdot}10^{-27}$ Kg



a) • Grafikan ikusi daitekenez bakarrik A gunean (q_1-etik ezkerrera) anulatu daiteke eremu elektrikoa. Hori P_A puntuan gertatuko da, non kargek sortutako eremuak kontrako noranzkoak eta modulu berdinekoak diran.

• B gunean ezinezkoa da bi eremuen noranzkoak berdinak diralako.

• C gunean ezinezkoa da q_1 kargek sortzen dauan eremua q_2 kargek sortutakoa baino txikiagoa dalako beti:

Holan A gunean gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

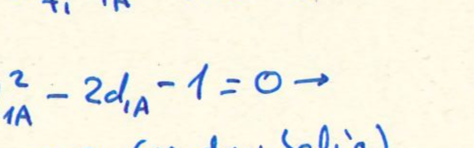
$$\vec{E}_{1P_A} + \vec{E}_{2P_A} = \vec{0} \rightarrow \vec{E}_{1P_A} = -\vec{E}_{2P_A} \rightarrow \text{moduluak berdinduz:}$$

$$K\frac{q_1}{d_{1A}^2} = K\frac{|q_2|}{(1+d_{1A})^2} \rightarrow q_1 + q_1 d_{1A}^2 + 2q_1 d_{1A} = |q_2|\cdot d_{1A}^2 \xrightarrow{|q_2| = 4q_1}$$

$$\rightarrow 1 + d_{1A}^2 + 2d_{1A} = 4d_{1A}^2 \rightarrow 3d_{1A}^2 - 2d_{1A} - 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow d_{1A} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6} = \frac{2\pm 4}{6} \begin{cases} d_{1A} < 0 \ \text{(ez dau balio)} \\ \boxed{d_{1A} = 1\,m} \end{cases}$$ Beraz A puntua P_A da.

b) Potentziala ezin izango da nulua izan C gunean, q_2 kargek sortutakoaren balio absolutua handiagoa izango dalako.
A eta B guneetan posiblea da.

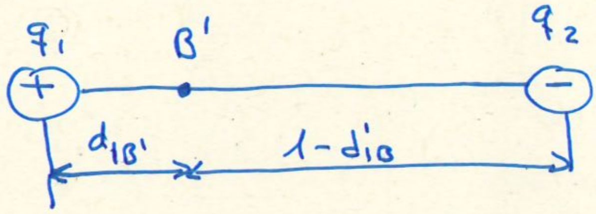


A gunean:

$$V_{1_B} + V_{2_B} = 0 \rightarrow K\frac{q_1}{d_{1B}} + K\frac{q_2}{1+d_{1B}} = 0 \xrightarrow{q_2 = -4q_1} \frac{q_1}{d_{1B}} - \frac{4q_1}{1+d_{1B}} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{d_{1B}} = \frac{4}{1+d_{1B}} \rightarrow 1 + d_{1B} = 4d_{1B} \rightarrow \boxed{d_{1B} = \frac{1}{3} = 0'33\,m}$$

B gunean:

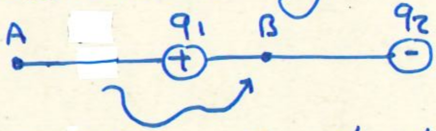


$V_{1B'} + V_{2B'} = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow K\frac{q_1}{d_{1B'}} + K\frac{q_2}{(1-d_{1B'})} = 0 \xrightarrow{q_2=-4q_1} \frac{1}{d_{1B'}} - \frac{4}{(1-d_{1B'})} = 0 \rightarrow \frac{1}{d_{1B'}} = \frac{4}{(1-d_{1B'})} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 - d_{1B'} = 4d_{1B'} \rightarrow \boxed{d_{1B'} = \frac{1}{5} = 0'2\,m}$$

c) Protoia Atik Bra eroateko egin behar den lana kalkulatzeko Eremu Elektrikoak egingo leuken lana kalkulatuko dogu.



$$\boxed{W} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) =$$

$$= -(q_p \cdot V_B - q_p \cdot V_A) = q_p(V_A - V_B) = q_p \cdot (V_{A1} + V_{A2} - V_{B1} - V_{B2}) =$$

$$= q_p \cdot K\left(\frac{q_1}{d_{1A}} + \frac{q_2}{d_{2A}} - \frac{q_1}{d_{1B}} - \frac{q_2}{d_{2B}}\right) \overset{q_2=-4q_1}{=}$$

$$= q_p \cdot K \cdot q_1\left(\frac{1}{1} - \frac{4}{1+1} - \frac{1}{0'2} + \frac{4}{1-0'2}\right) =$$

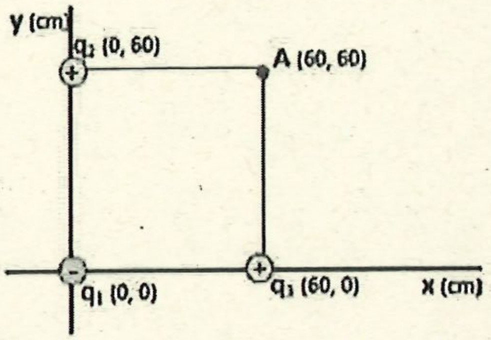
$$= 1'6\cdot10^{-19}\cdot9\cdot10^{9}\cdot10^{-5}\left(1 - 2 - \frac{1}{0'2} + \frac{4}{0'8}\right) = \boxed{-1'44\cdot10^{-14}\,J}$$

Lan hori negatiboa izateak lana kanpotik egin behar dala adierazten dau.

Kalkulu hau B' puntuagaz egin dogu, baina emoitza berdina lortzen da B puntuagaz egiten, bien potentzialak berdinak diralako, kasu honetan b atalak eskatzen eban legez, B eta B' puntuen potentziala nulua da.

2021-7-A2

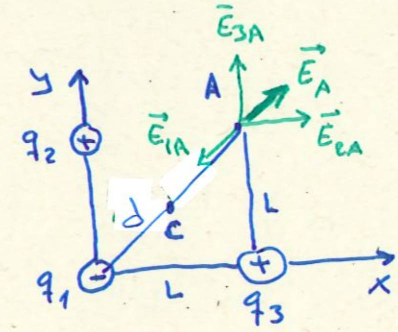
Hiru karga ditugu,
q_1 = -4 nC eta q_2 = q_3 = 2nC,
60 cm-ko aldeko karratu baten 3 erpinetan kokaturik (irudian ikusten den moduan).



Kalkulatu:

a) Eremu elektrostatikoa (modulua, norabidea eta noranzkoa) A puntuan (laugarren erpinean)
b) A puntuko potentzial elektrostatikoa (V).
c) Laugarren karga bat, q_4 = 30nC, karratuaren zentrutik A punturaino eramateko egin behar den lana.

DATUAK: $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$



a) A puntuan dagoan eremu elektrostatikoaren balioak kalkulatzeko, hiru kargek A puntuan sortzen daben eremu elektrikoen intentsitate bektoreak batuko doguz; gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{\vec{E}_A} = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} + \vec{E}_{3A} = -K\frac{|q_1|}{d^2}(\cos 45^\circ\,\hat{i} + \sin 45^\circ\,\hat{j}) + K\frac{q_2}{L^2}\hat{i} + K\frac{q_3}{L^2}\hat{j} =$$

$$= -9\cdot10^9\,\frac{4\cdot10^{-9}}{2\cdot0'6^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right) + 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot10^{-9}}{0'6^2}\hat{i} + 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot10^{-9}}{0'6^2}\hat{j} = \boxed{14'64(\hat{i}+\hat{j})\,\frac{N}{C}}$$

Bere modulua: $E_A = \sqrt{14'64^2 + 14'64^2} = 20'71\,\frac{N}{C}$

Beraz A puntuan eremu elektriko totalak $20'71\,\frac{N}{C}$-ko modulua eta horizontalagaz 45º-ko inklinazioa dauka.

b) Barriro gainezarmenagaz: $V_A = V_{1A} + V_{2A} + V_{3A} = K\frac{q_1}{d} + K\frac{q_2}{L} + K\frac{q_3}{L} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = K\left(\frac{-4\cdot10^{-9}}{\sqrt{2\cdot0'6^2}} + 2\cdot\frac{2\cdot10^{-9}}{0'6}\right) = 17'57\,V}$$

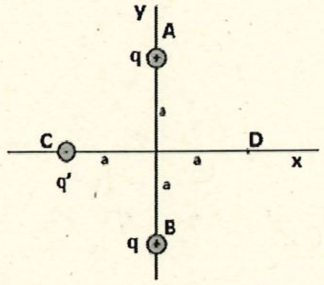
c) Karratuaren erdiko $\boxed{V = V_c} = V_{1c} + V_{2c} + V_{3c} = K\left(\frac{q_1}{d/2} + \frac{q_2}{d/2} + \frac{q_3}{d/2}\right) = \boxed{0\,V}$

Lana kalkulatuz: $\boxed{W_{EREMUAK}} = -\Delta E_p = -q_4\cdot\Delta V = -q_4(V_A - V_0) =$

$$= -30\cdot10^{-9}\cdot(17'57 - 0) = \boxed{-5'27\cdot10^{-7}\,J}$$ Negatiboa izanik eremuak ez dauela egingo adierazten dau. Kanpoko norbaitek $5'27\cdot10^{-7}$ J-eko lana egin beharko dau.

2019-7-B-P1

P1.- Bi karga elektriko positibo, q baliokoak, OY ardatzean kokatzen dira, koordenatu-jatorriarekiko alde bietara eta a distantzia berdinetara. Kargak daude A (0,a) eta B (0,-a) puntuetan.



a) Kalkula ezazu OX ardatzeko C (-a,0) puntuan kokatu behar den q' karga negatibo baten balioa, OX ardatzeko D (a,0) puntuan edukiko dugun eremu elektrikoaren intentsitatea E nulua izan dadin.

b) Kalkula ezazu hiru kargek sorturiko V potentzial elektrostatikoa D puntuan eta O (0,0) koordenatu-jatorrian.

c) Zenbat balio du Q karga positibo bat D puntutik O puntura eramateko egin behar den lanak?

Datuak:
$q = 2\ \mu C$
$a = 100$ cm
$Q = 2 \cdot 10^{-9}$ C
$K = 9 \cdot 10^{9}\ N \cdot m^2 / C^2$

(Buruketa hau eta 2011-7-B-P1 buruketa bardinak dira. Q-ren balioa besterik ez da aldatzen, baina bardin bardin egiten dira)

2019-6-A-P2

P2.- $2\cdot10^6\ m\cdot s^{-1}$-ko abiadurarekin higitzen ari den elektroi bat $400\ N\cdot C^{-1}$-ko eremu elektriko uniforme batean sartu da. Elektroiaren abiadura eta eremu elektrikoaren intentsitatea norabide eta noranzko berekoak direla jakinik:

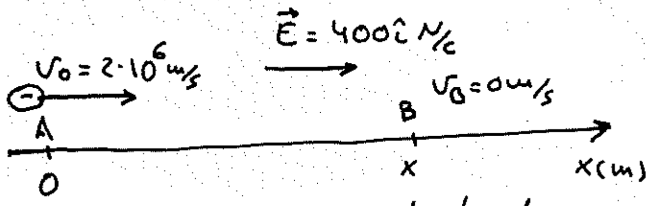
a) Zer distantzia egingo du elektroiak eremu elektrikoan harik eta gelditu arte?

b) Zer balio izango du elektroiaren energiak geldirik dagoen aldiunean?

c) Elektroi bat izan beharrean positroi bat izango balitz partikula, zer abiadura izango luke eremuan sartu eta $3\cdot10^{-8}$ s geroago?

Datuak:

$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg



a) Eremu elektrikoa kontserbakorra denez, E. mekanikoa konstantea da:

$$E_{m_A} = E_{m_B} \to E_{ZA} + E_{PA} = E_{ZB} + E_{PB} \to \frac{1}{2} m\cdot v_A^2 + q\cdot V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q\cdot V_B \to$$

$$\to \frac{1}{2} m v_A^2 = q(V_B - V_A) \to \frac{1}{2} m v_A^2 = q\cdot\Delta V \to \frac{1}{2} m v_A^2 = q\cdot E\cdot(x-0) \to$$

$$\to \boxed{x = \frac{m v_A^2}{2Eq} = \frac{9'1\cdot10^{-31}\cdot(2\cdot10^6)^2}{2\cdot400\cdot1'6\cdot10^{-19}} = 0'0284\ m}$$

b) Elektroiaren energia mekanikoa ez da aldatzen. A puntuan zinetikoa bakarrik ez dauka eta B puntuan potentziala; beraz biak berdinduz:

$$\boxed{E_m = E_{PB} = E_{ZA} = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2}\, 9'1\cdot10^{-31}\cdot(2\cdot10^6)^2 = 1'82\cdot10^{-18}\ J}$$

c) Positroia izanik eremu elektrikoan sartu ahala azeleratzen hasiko da eta gero HZUA higidura izango dau.

Daukan azelerazioa kalkulatzeko Newtonen 2. legea aplikatuz:

$$\vec{F} = m\cdot\vec{a} \to q\cdot\vec{E} = m\cdot\vec{a} \to \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

HZUAn abiaduraren ekuazioa hau da:

$$v(t) = v_0 + at$$

Gure datuakaz: $v(t) = 2\cdot10^6 + \frac{qE}{m} t$

Beraz:

$$\boxed{v(3\cdot10^{-8})} = 2\cdot10^6 + \frac{1'6\cdot10^{-19}\cdot400}{9'1\cdot10^{-31}}\cdot3\cdot10^{-8} = \boxed{4'109\cdot10^6\ m/s}$$

2018-7-A-P1

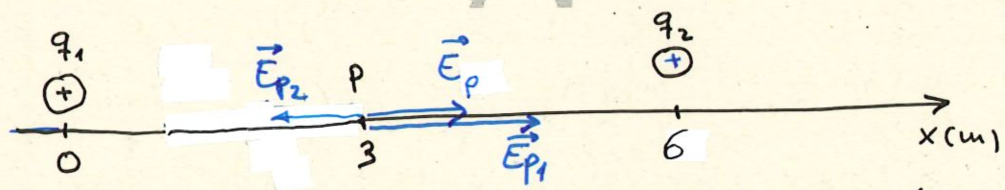
P1.- Bi karga finko, q_1 eta q_2, bata bestetik 6 m-ra daude, eta 0,025 N-eko aldarapen-indarra eragiten diote elkarri. q_1 karga ardatz-koordenatuen jatorrian dago, eta q_2 OX ardatzaren alde positiboan.

a) Zer balio du bi karga horiek sortutako eremu elektrikoak bi kargak lotzen dituen segmentuaren erdiko puntuan? (modulua, norabidea eta noranzkoa adierazi behar dituzu)

b) Kalkulatu bi kargek osaturiko sistemaren potentzial elektrikoa bi kargak lotzen dituen segmentuaren erdiko puntuan.

c) Zer lan egin behar da $+10^5$ C-ko karga bat (q_3) infinitutik aurreko bi kargak lotzen dituen zuzenkiaren erdiko punturaino eramateko?

Datuak: $q_1 = +2\cdot10^{-5}$ C; $k = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻²



a) Coulomb-en legearen arabera aldarapen indarra egoteak q_2 positiboa dala adierazten dau. Orain bere formula aplikatuz, modulua ateraten dau, suposaturik be hutsean gagozala eta beraz $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$:

$$F = K\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{d^2} \rightarrow |q_2| = \frac{F\cdot d^2}{K\cdot|q_1|} = \frac{0'025\cdot6^2}{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-5}} = 5\cdot10^{-6}C$$

Beraz $\boxed{q_2 = 5\cdot10^{-6}C}$

Orain, gainazarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{\vec E_P} = \vec E_{1P} + \vec E_{2P} = +K\frac{q_1}{d^2}\hat i - K\frac{q_2}{d^2}\hat i = \frac{K}{d^2}(q_1-q_2)\hat i = \frac{9\cdot10^9}{3^2}\cdot(1'5\cdot10^{-5})\hat i = \boxed{15000\,\hat i\,\frac{N}{C}}$$

b) Berriro gainazarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{V_P} = V_{1P} + V_{2P} = K\frac{q_1}{d} + K\frac{q_2}{d} = \frac{K}{d}(q_1+q_2) = \frac{9\cdot10^9}{3}\cdot2'5\cdot10^{-5} = \boxed{75000V}$$

c) Eremuaren lana kalkulatuz:

$$W_{EREMUA} = -\Delta E_p = -q_3\cdot\Delta V = -q_3\cdot(V_P - V_\infty) \overset{V_\infty=0}{=} -10^5\cdot75000 = -7'5\cdot10^9 J$$

Negatiboa izanda eremuak lan hori ez dauala egingo adierazten dau, logikoa danez. Holan norbaitek eroan beharko dau q_3 P-raino $7'5\cdot10^9$ J-eko lana eginez.

2017-6-B-P2

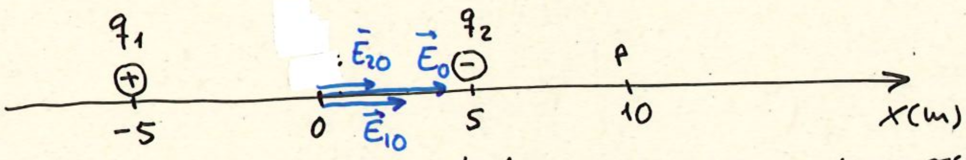
P2. $q_1 = 3\ \mu C$ eta $q_2 = -2\ \mu C$ kargak dituzten bi partikula puntual finko daude (–5,0) eta (5,0) koordenatuetako puntuetan, hurrenez hurren (Nazioarteko Sistemaren unitateak).

a) kalkulatu **E** eremu elektrostatikoa (modulua, norabidea eta noranzkoa) ardatz koordenatuen jatorrian.

b) kalkulatu zer lan egin behar den $q_3 = 2\ \mu C$ karga duen partikula bat ardatz koordenatuen jatorritik, (0,0) puntua, (10,0) punturaino eramateko.

c) q_3 karga ardatz koordenatuen jatorrian pausagunean badago, zer abiadurarekin helduko da (10,0) puntura?

Datuak: $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$; q_3 kargaren masa = 2 μg ; 1 $\mu C = 10^{-6}$ C ; 1 $\mu g = 10^{-6}$ g



a) O puntuan eremua kalkulatzeko gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dugu: $\boxed{\vec{E}_0 = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{20}} = K\frac{q_1}{d_1^2}\hat{i} + K\frac{|q_2|}{d_2^2}\hat{i} =$

$$= \frac{K}{d^2}(q_1+q_2)\hat{i} = \frac{9\cdot10^9}{5^2}(3\cdot10^{-6}+2\cdot10^{-6})\hat{i} = \boxed{1'8\cdot10^3\,\hat{i}\ \frac{N}{C}}$$

b) Eremuaren lana kalkulatuz:

$$\boxed{W_{EREMUA} = -\Delta E_p = -q_3\cdot(V_p - V_0)} = -2\cdot10^{-6}\cdot(-1'8\cdot10^3 - 1'8\cdot10^3) = \boxed{7'2\cdot10^{-3}\ J}$$

$$V_p = V_{1P} + V_{2P} = K\frac{q_1}{d_{1P}} + K\frac{q_2}{d_{2P}} = 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-6}}{15} - 9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-6}}{5} = -1'8\cdot10^3\ V$$

$$V_0 = V_{10} + V_{20} = K\frac{q_1}{d_{10}} + K\frac{q_2}{d_{20}} = 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-6}}{5} - 9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-6}}{5} = 1'8\cdot10^3\ V$$

$\vec{E}_0$-ren noranzkoagaitik espero genduan lez lana positiboa da, eremuak egindako lana da.

c) Energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

$$E_{m_p} = E_{m_0} \rightarrow E_{z_p} + E_{p_p} = E_{z_0} + E_{p_0} \rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 + q_3\cdot V_p = \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2}^{\,0} + q_3\cdot V_0 \rightarrow$$

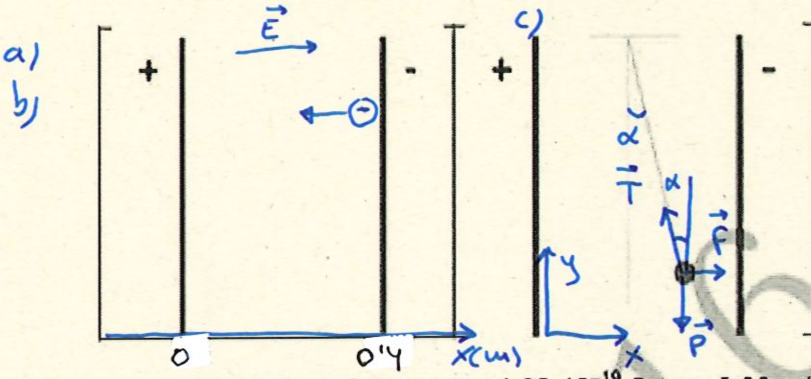
$$\rightarrow \boxed{v_p = \sqrt{\frac{2}{m}q_3(V_0 - V_p)}} = \sqrt{\frac{2}{2\cdot10^{-6}}\cdot 2\cdot10^{-6}\cdot(1'8\cdot10^3 + 1'8\cdot10^3)} = \boxed{84'85\ m/s}$$

2016-7-B-P1

P1. Bi xafla bertikal, lau eta paraleloren arteko distantzia 40 cm da. Xaflek karga berdina dute, baina kontrako zeinukoa, eta 4000 N/C-ko eremu elektriko uniforme bat dago bien artean. Elektroi bat xafla negatibotik askatzen bada:

a) Zer denbora beharko du xafla positiboaren kontra talka egin arte?

b) Zer abiadura izango du talka egiten duen unean?



c) Esfera txiki bat (m = 12 g eta q = 6 μC), hari batetik eskegita, bi xaflen artean sartzen bada, zer angelu osatuko du hariak bertikalarekin?

Elektroiaren karga, $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C ; $g = 9{,}82$ m/s^2; 1 μC = 10^{-6} C

Elektroiaren masa, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

a) Deskribatzen dan egoera, egiten diran galderei egokituta, egokiena HZUA higiduraren bitartez egitea izan daiteke. Holan, a eta b ataletan, eta pisuaren eragina baztertuz, elektroiak daukan azelerazioa kalkulatzeko dogu. Bere gainean dagoan indar elektrikoa identifikatuz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 4000\,\hat{i} = -6'4 \cdot 10^{-16}\,\hat{i}\ N$$

Newtonen Bigarren legea aplikatuz: $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-6'4 \cdot 10^{-16}\,\hat{i}}{9'11 \cdot 10^{-31}} = -7'03 \cdot 10^{14} \frac{m}{s^2}$

Pisua baztertzean ibilbide zuzena eta azelerazio konstantea dauka, beraz HZUA da. Ekuazio teorikoak: $\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + at \end{cases}$

Datuak ordezkatuz: $\boxed{x(t) = 0'4 - 3'51 \cdot 10^{14} t^2}$ $\boxed{v(t) = -7'03 \cdot 10^{14}\, t\ m/s}$

Xafla positibora heltzean $x = 0 \rightarrow 0 = 0'4 - 3'51 \cdot 10^{14} t^2 \rightarrow t = \pm 3'3\ 10^{-15}$ s

Negatiboa hasi aurreko denpora danez, eskatutako denpora: $\boxed{t = 3'3\ 10^{-8}\ s}$

b) Momentu horretan bere abiadura: $\boxed{v(3'3 \cdot 10^{-8}) = 2'37 \cdot 10^{7}\ m/s}$

c) Dinamikan sartuta, eta esfera orekan dagoanez, Newtonen Lehen legea aplikatuko dogu: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \rightarrow \vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \rightarrow$

$\rightarrow -T\sin\alpha\,\hat{i} + T\cos\alpha\,\hat{j} + q\vec{E} + m \cdot \vec{g} = \vec{0} \rightarrow$

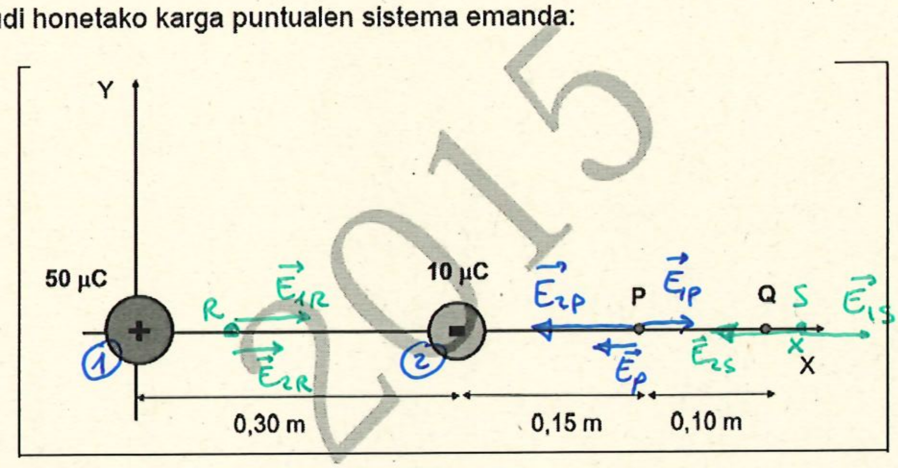
$\rightarrow -T\sin\alpha\,\hat{i} + T\cos\alpha\,\hat{j} + qE\,\hat{i} - m \cdot g\,\hat{j} = \vec{0} \rightarrow$ Ardatz bietan banandu $\rightarrow$

$$\begin{cases} -T\sin\alpha + qE = 0 \rightarrow T = \frac{qE}{\sin\alpha} \\ T\cos\alpha - mg = 0 \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} \end{cases} (=) \frac{qE}{\sin\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} \rightarrow tg\alpha = \frac{qE}{mg} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha = arctg \frac{qE}{mg} = arctg \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{3}}{12 \cdot 10^{-3} \cdot 9'82} = arctg\, 0'2037 = 11'51^{\circ}}$$

2015-6-B-A2

A2. Irudi honetako karga puntualen sistema emanda:



a) Zehaztu **E** eremu elektrikoa (modulua, norabidea eta noranzkoa) eta potentzial elektrikoa P puntuan.

b) Kalkulatu zer lan egin behar den +1 μC-eko karga bat P puntutik Q puntura eramateko.

c) X ardatzaren alde positiboko bi zona hauetatik, zeinetan izan daiteke nulua sistemaren eremu elektrikoa:

- bi kargen arteko tartean?
- karga negatiboaren eskuinaldean?

Arrazoitu erantzuna, eta kalkulatu X ardatzaren alde positiboko zer puntutan baliogabetzen den eremu elektrikoaren balioa.

Datuak: $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$; $1\ \mu C = 10^{-6}\ C$

a) Eremuaren formula erabiliz, eta gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} = K\frac{q_1}{d_{1P}^2}\hat{i} - K\frac{|q_2|}{d_{2P}^2}\hat{i} = 9\cdot10^9\frac{50\cdot10^{-6}}{0'45^2}\hat{i} - 9\cdot10^9\frac{10^{-5}}{0'15^2}\hat{i} = -1'8\cdot10^6\,\hat{i}\ \frac{N}{C}}$$

Potentzialagaz berdin aritzen:

$$\boxed{V_P = V_{1P} + V_{2P} = K\frac{q_1}{d_{1P}} + K\frac{q_2}{d_{2P}} = 9\cdot10^9\frac{50\cdot10^{-6}}{0'45} - 9\cdot10^9\frac{10^{-5}}{0'15} = 4\cdot10^5\ V}$$

b) Eremuak egindako lana kalkulatuko dogu: $W_{EREMUA} = -\Delta E_p = -q\Delta V$

Horretarako: $\boxed{V_Q = V_{1Q} + V_{2Q} = K\frac{q_1}{d_{1Q}} + K\frac{q_2}{d_{2Q}} = 9\cdot10^9\frac{50\cdot10^{-6}}{0'55} - 9\cdot10^9\frac{10^{-5}}{0'25} = 4'59\cdot10^5\ V}$

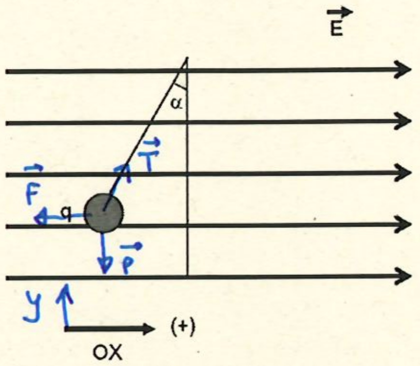
Holan: $\boxed{W_{EREMUA_{P\to Q}} = -q\cdot(V_Q - V_P) = -10^{-6}(4'59\cdot10^5 - 4\cdot10^5) = -0'058\ J}$

Eremuak ez dau lan hori egingo, beraz kanpoko norbaitek 0'058J-eko lana egin beharko dau.

c) (Grafikan bertan osotuta eta adierazita) Bi kargen artean, adibidez R puntuan, bi eremuen noranzkak bardinak izanik ezin dabe alkar anulatu. Hori, ostera, posiblea da karga negatiboaren eskuinaldean, S puntuan adibidez. Holan gainezarmena aplikatuz, eta eremu nulua dean, S puntuan adibidez. Holan gainezarmena aplikatuz, eta eremu nulua dean, modulu x distantzia kalkulatuko dot: $\vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} = \vec{0} \rightarrow \vec{E}_{1S} = -\vec{E}_{2S}$; moduluak berdinduz: $K\frac{q_1}{x^2} = K\frac{|q_2|}{(x-0'3)^2} \rightarrow x^2 q_1 + 0'09q_1 - 0'6xq_1 = |q_2|\cdot x^2 \rightarrow$

$\rightarrow (q_1 - |q_2|)x^2 - 0'6q_1x + 0'09q_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \boxed{x_1 = 0'81\,m\ \ (ESKUMAN)} \\ x_2 = \cancel{-0'192}\,m \end{cases}$ d_2 txarto definituta dagoalako.

2012-6-B-P2. Espazioko zona batean, 1.000 N/C-eko eremu elektriko uniforme bat dago OX ardatzaren noranzko positiboan (irudian, eremuaren indar-lerroak ikus ditzakegu). Eremuaren barnealdean, partikula kargatu bat dago, orekan, hari batetik eskegita (masa baztergarria du hariak). Partikulak ezaugarri hauek ditu: m = 0,2 g eta q = –2 μC.



a) Marraztu itzazu partikularen gainean eragiten duten indarrak, eta kalkula itzazu α angeluaren balioa eta hariaren tentsioa.

b) Eremu horretan elektroi bat sartzen da, $5\cdot10^6$ m/s-ko abiadurarekin, eremuaren indar-lerroen paraleloan eta OX ardatzaren noranzko positiboan. Zer abiadura izango du 5 cm ibili eta gero?

Elektroiaren karga: e = $-1{,}60\cdot10^{-19}$C; Elektroiaren masa: $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$kg
Grabitatearen azelerazioa: g = 10 m/s²

a) Orekan dagoanez Newtonen Lehen legea aplikatuz: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \rightarrow$

$\rightarrow \vec{T}+\vec{F}+\vec{P}=\vec{0} \rightarrow T\sin\alpha\,\hat{i} + T\cos\alpha\,\hat{j} + q\vec{E} + m\cdot\vec{g} = \vec{0} \rightarrow$

$\rightarrow T\sin\alpha\,\hat{i} + T\cos\alpha\,\hat{j} + qE\,\hat{i} - m\cdot10\,\hat{j} = \vec{0} \rightarrow$ x eta y banandutz ⇒

x: $T\sin\alpha + qE = 0 \longrightarrow 10m\,tg\alpha + qE = 0 \rightarrow \boxed{\alpha = arctg\frac{-qE}{10m} = 45°}$

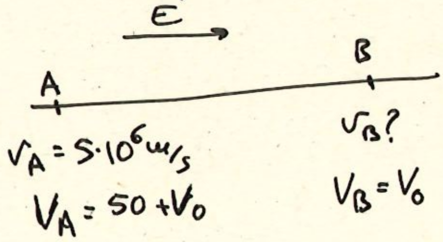
y: $T\cos\alpha - m\cdot10 = 0 \rightarrow T = \frac{10m}{\cos\alpha}$

$\boxed{T = \frac{10\cdot0'2\cdot10^{-3}}{\cos45°} = 0'0028N}$

b) Ibilitako distantzian ($5\cdot10^{-2}$ m) dagoan potentzial diferentzia kalkulatuko dot:

$E\cdot d = \Delta V \rightarrow \Delta V = 1000\cdot5\cdot10^{-2} = 50V$

Holan, eta energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:



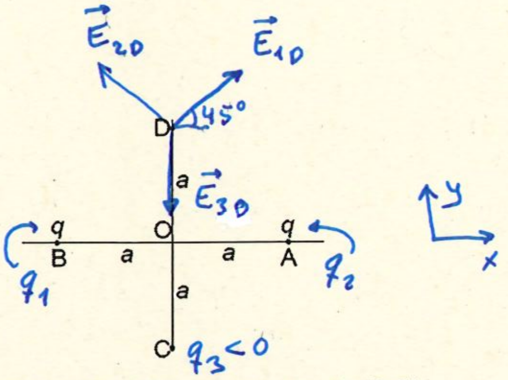
$Em_B = Em_A$;

$E_{zB} + E_{pB} = E_{zA} + E_{pA}$

$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + E_{pA} - E_{pB}$

$\boxed{v_B} = \sqrt{\frac{2}{m}\left[\frac{1}{2}mv_A^2 + q(V_A - V_B)\right]} =$

$= \sqrt{\frac{2}{9'11\cdot10^{-31}}\left[\frac{1}{2}9'11\cdot10^{-31}\cdot25\cdot10^{12} - 1'6\cdot10^{-19}(50+V_0-V_0)\right]} = \boxed{2'72\cdot10^6 \text{ m/s}}$



2011-7-B-P1. Bi karga elektriko positibo, *q* baliokoak, O*X* ardatzean kokatzen dira, koordenatu-jatorriarekiko alde bietara eta *a* distantzia berdinetara. Kargak A (*a*,0) eta B (-*a*,0) puntuetan daude.

a) Kalkula ezazu O*Y* ardatzeko C (0,-*a*) puntuan kokatu behar den *q'* karga negatibo baten balioa, O*Y* ardatzeko D (0,*a*) puntuan edukiko dugun eremu elektrikoaren intentsitatea nulua izan dadin.

b) Kalkula ezazu hiru kargek sorturiko *V* potentzial elektrostatikoa D puntuan eta O (0,0) koordenatu-jatorrian.

c) Zenbat balio du Q karga positibo bat D puntutik O puntura eramateko egin behar den lanak?

q = 2 × 10⁻⁶ C; *a* = 1 m; Q = 10⁻⁹ C

a) Enuntziatuak dinoan lez, D puntuan eremua nulua izan daiten $q_3=q'$ negatiboa izango da. Orain dan, gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{1D}+\vec{E}_{2D}+\vec{E}_{3D}=\vec{0} \rightarrow K\frac{q_1}{d_{1D}^2}(\cos\alpha\,\hat{i}+\sin\alpha\,\hat{j}) + K\frac{q_2}{d_{2D}^2}(-\cos\alpha\,\hat{i}+\sin\alpha\,\hat{j})+\vec{E}_{3D}=\vec{0}$$

($q_1=q_2=q$ danez, eta d_{1D} eta d_{2D} berdinak izanik, eta baita be $\alpha=45°$)

$$\rightarrow K\frac{q}{d_{1D}^2}\cdot 2\sin\alpha\,\hat{j} = -K\frac{q'}{d_{3D}^2}\,\hat{j} \rightarrow \boxed{q' = \frac{-2q\cdot\sin 45°\cdot(2a)^2}{2a^2} \underset{q=2\cdot10^{-6}}{\overset{a=1}{=}} -5'7\cdot10^{-6}\,C}$$

b) Jatorrizko potentziala kalkulatzeko gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dot: $V_O=V_{1O}+V_{2O}+V_{3O} = K\frac{q}{a}+K\frac{q}{a}+K\frac{q'}{a}\rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{V_O = \frac{9\cdot10^9}{1}(2\cdot10^{-6}+2\cdot10^{-6}-5'7\cdot10^{-6}) = -15300\ V}$$

D puntuan: $V_D = V_{1D}+V_{2D}+V_{3D} = K\frac{q}{\sqrt{a^2+a^2}}+K\frac{q}{\sqrt{a^2+a^2}}+K\frac{q'}{2a}\rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{V_D = \frac{2Kq}{a\sqrt{2}}+\frac{Kq'}{2a} = \frac{K}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot2\cdot10^{-6}-\frac{5'7\cdot10^{-6}}{2}\right) = -194'15\ V}$$

c) Eremuak egindako lana kalkulatuko dot:

$$W_{EREMUA\ D\to O} = -\Delta E_p = -Q(V_O-V_D) = -10^{-9}(-15300+194'15) = 1'51\cdot10^{-5}\,J$$

Eremuaren lana positiboa izanik, lana eremuak berak egiten dauala ikusten da.

Egin beharreko lana = $\boxed{1'51\cdot10^{-5}\ J}$

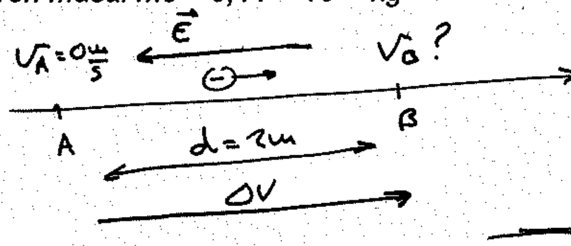
2011-6-A-P2. Azeleragailu lineal batean, E = 1,25 × 10^3 N/C-eko intentsitateko eremu elektriko konstante batek elektroiak azeleratzen ditu 2 m-ko ibilbide batean zehar. Kalkula ezazu:

a) azeleragailuaren muturren arteko potentzial-diferentzia,

b) elektroiak pausagunetik abiatzen badira, zer abiadura izango dute amaieran?

c) Eta zer energia amaieran, eV-etan adierazia?

Elektroiaren karga: e = - 1,6 × 10^{-19} C; Elektroiaren masa: me = 9,11 × 10^{-31} kg



a) Potentzial diferentzia kalkulatzeko $\vec{E}$-ren moduluaren eta ΔV-ren arteko erlazioa aplikatuz: $\boxed{\Delta V = E\cdot d = 1'25\cdot10^3\,\frac{V}{m}\cdot 2m = 2'5\cdot10^3\,V}$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa aplikatuz:

$$E_{mB} = E_{mA} \rightarrow E_{zB} + E_{pB} = E_{zA} + E_{pA} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = \cancelto{0}{\frac{1}{2} m v_A^2} + q(V_A - V_B) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{v_B} = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot q(V_A-V_B)} = \sqrt{\frac{2}{9'11\cdot10^{-31}}\cdot(-1'6\cdot10^{-19})\cdot(-2'5\cdot10^3)} = \boxed{2'96\cdot10^7\,m/s}$$

c)

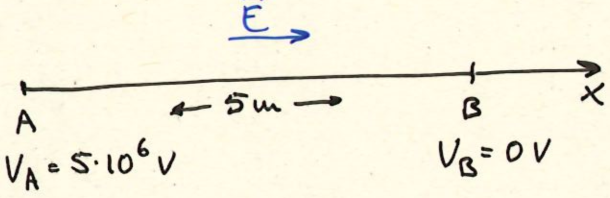
Elektroiak amaieran daukan energia energia zinetikoa da, ez besterik:

$$E_{e^-_B} = E_{z_B} = \frac{1}{2} m_e v_B^2 = \frac{1}{2}\cdot 9'11\cdot10^{-31}\cdot(2'96\cdot10^7)^2 = 4\cdot10^{-16}\,J$$

eV-etara pasatuz:

$$\boxed{E_{e^-_B}} = 4\cdot10^{-16}\,J = 4\cdot10^{-16}\,V\cdot\cancel{C}\cdot\frac{1e}{1'6\cdot10^{-19}\,\cancel{C}} = \boxed{2500\,eV}$$

2010-7-A-P2. Azeleragailu lineal batek eremu elektriko uniforme batean mugitzen diren protoiak erabiltzen ditu. Protoiak potentzial elektrostatikoak 5×10^6 volt-eko balio duen puntu batetik abiatzen dira pausagunetik, eta potentziala nulua duen beste muturrera heltzen dira 5 m-ko ibilbidea egin ondoren. Kalkulatu:
a) azeleragailuan dugun **E** eremu elektrikoaren intentsitatea.
b) protoien abiadura potentziala nulua den puntuan.
c) protoi bakoitzak irabazten duen energia, eV-etan adierazia.
Protoiaren karga: e = 1,6×10⁻¹⁹ C; Protoiaren masa: mp = 1,67×10⁻²⁷ kg



a) Eremuaren eta potentzial diferentziaren arteko erlazioagaz eremuaren modulua kalkulatzen dogu:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{5\cdot10^6}{5} = 10^6 \frac{V}{m}$$

Potentzial positiboak edo altuak karga positibo sortzaileen hurbil dagoz, eta eremuaren noranzko positiboan jaisten doaz, beraz, gure grafikan ikusten danez $\vec{E}$ eskumaranzko noranzkoa dauka:

$$\boxed{\vec{E} = 10^6\,\hat{i}\ \frac{V}{m}}$$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

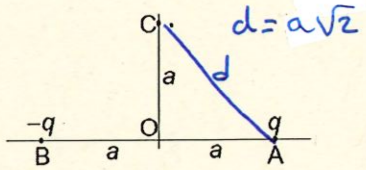
$E_{mB} = E_{mA}$; $E_{pB} + E_{zB} = E_{pA} + E_{zA}$; $qV_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = qV_A + \frac{1}{2}mv_A^2 \rightarrow$

$\rightarrow (V_B = 0V$ eta $v_A = 0\,m/s) \rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot qV_A} = 3'09\cdot10^7\,m/s}$

c) Protoiak berenganatzen daunan energia existitzen den potentzial diferentziak emoten deutsa:

$$\boxed{E = q\cdot\Delta V = 1'6\cdot10^{-19}C\cdot5\cdot10^6V = 8\cdot10^{-13}CV\cdot\frac{1e}{1'6\cdot10^{-19}C} = 5\cdot10^6 eV}$$

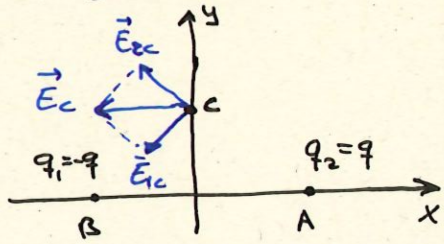
2010-6-B-P1. Modulu berdina (q) baina aurkako zeinua duten bi karga OX ardatzean kokatzen dira, koordenatu-jatorriaren alde banatan eta jatorritik distantzia berdinetara (a). Karga positiboa A(a,0) puntuan dago, eta karga negatiboa, B(-a,0) puntuan. Kalkulatu **E** eremu elektrikoaren intentsitatearen modulua, norabidea eta noranzkoa, eta V potentzial elektrostatikoa:



a) OY ardatzeko C(0,a) puntuan

b) O (0,0) jatorrian. Zein da **E**-ren norabidea OY ardatzeko edozein puntutan?

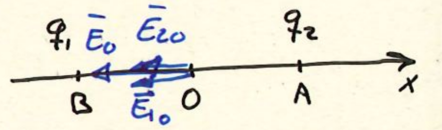
c) Zenbat balio du q' karga positibo bat C puntutik O puntura eramateko egin behar den lanak?



a) $\vec{E}$ eta V kalkulatzeko gainazarmenaren printzipioa aplikatuko dogu:

$$\boxed{\vec{E}_c = \vec{E}_{1c} + \vec{E}_{2c} = -K\frac{q}{d^2}(\cos45°\hat{i} + \sin45°\hat{j}) + K\frac{q}{d^2}(-\cos45°\hat{i} + \sin45°\hat{j}) = -\frac{2q}{d^2}\cos45°\hat{i} = -\frac{2qK}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} = -\frac{qK}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i}\ \frac{N}{C}}$$

$$\boxed{V_c = V_{1c} + V_{2c} = K\frac{q_1}{d} + K\frac{q_2}{d} = -K\frac{q}{d} + K\frac{q}{d} = 0\,V}$$



b) Barriro gainazarmena aplikatuz:

$$\boxed{\vec{E}_0 = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{20} = -K\frac{q_1}{a^2}\hat{i} - K\frac{q}{a^2}\hat{i} = -2\frac{Kq}{a^2}\hat{i}\ \frac{N}{C}}$$

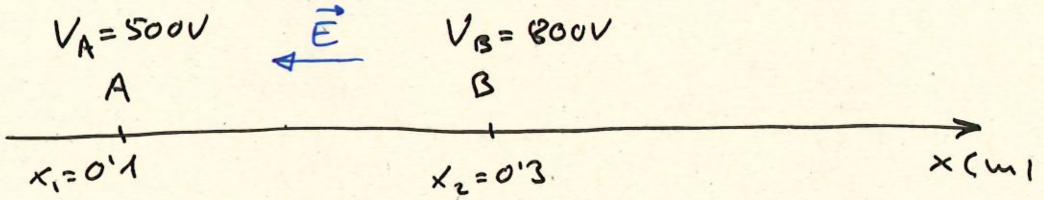
$$\boxed{V_0 = V_{01} + V_{02} = K\frac{q_1}{a} + K\frac{q_2}{a} = -K\frac{q}{a} + K\frac{q}{a} = 0\,V}$$

Ikusten dan bezala q_1-ek eta q_2-k sortutako eremuen osagai bertikalak (kargen gurtizko balioa eta distantziak berdinak izanik) alkarregaz anulatzen dira. Beraz eremua beti horizontala eta norantza negatiboa izango da OY ardatzean.

c) Aipatutako bi puntuen potentzialak berdinak diranez, batetik bestera karga bat eroateko egin beharreko lana nulua da.

Kaso honetan be, konkretuki, OY ardatza lerro ekipotentziala da.

2009-7-B2. Espazioko eskualde batean **E** eremu elektriko uniforme bat dago, zeinen intentsitatea *OX* ardatzaren paraleloa den. x_1=10 cm puntuan, potentzial elektrostatikoak *V*=500 volt balio du, eta x_2=30 cm puntuan, *V*=800 volt. a) Kalkulatu **E**-ren modulu eta noranzkoa. b) Elektroi bat geldiunetik askatzen bada x_1 puntuan, zenbateko abiadura izango du x_2 puntura heltzerakoan?
Elektroiaren karga: -1.6×10^{-19}C; Elektroiaren masa: 9.1×10^{-31}kg



a) $\vec{E}$-ren norantza potentzial baxuenetara joatekoa da, beraz, kasu honetan, x ardatzaren norantza negatibokoa.
Bere modulua kalkulatzeko: $E \cdot d = \Delta V \rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = \frac{800-500}{0'3-0'1} = \frac{300}{0'2} = 1500 \frac{V}{m}$$

Holan: $\boxed{\vec{E} = -1500\,\hat{i}\ \frac{V}{m}}$

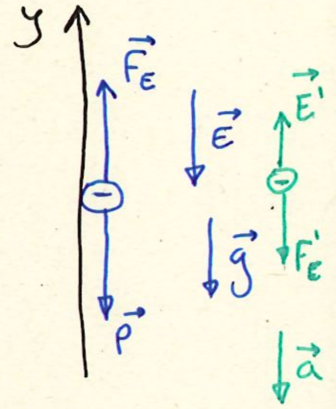
b) Energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

$$Em_B = Em_A \ ; \ Ep_B + Ez_B = Ep_A + Ez_A \ ;$$

$$q V_B + \frac{1}{2} m v_B^2 = q V_A + \frac{1}{2} m v_A^2 \xrightarrow{v_A = 0\,m/s}$$

$$\rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot q(V_A - V_B)} = \sqrt{\frac{2}{9'1\cdot10^{-31}} \cdot (-1'6\cdot10^{-19}) \cdot (500-800)} = 1'03\cdot10^{7}\ \frac{m}{s}}$$

2008-7-B1. Aurkitu norabide bertikaleko eremu elektriko baten intentsitatea eta noranzkoa, 1 g-ko masa eta $q = -10^{-4}$ C-eko karga negatiboa dituen bolatxo bat airean orekan egon dadin grabitatearen erangipean erori barik. Eremu elektrikoaren intentsitatea eta norabidea mantendu eta haren noranzkoa alderantzikatzen badugu, zer azelerazio izango du bolatxoak? Eremu elektrikoak intentsitate berdina badu baina eremu grabitatorioarekiko perpendikularra bada, zer azelerazio izango du bolatxoak?



a) Lehen egoeran (grafikan dagoana) gorputza orekan dago. Beraz Newtonen Lehen legea aplikatuko dugu: $\sum_i \vec F_i = \vec 0$.

$$\vec F_E + \vec P = \vec 0 \rightarrow \vec F_E = -\vec P \rightarrow$$

$$\rightarrow q\cdot\vec E = -m\cdot\vec g \rightarrow \vec E = \frac{-m\cdot(-g\hat j)}{q} \Rightarrow$$

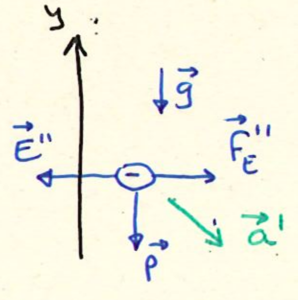
$$\Rightarrow \boxed{\vec E = \frac{+10^{-3}g\hat j}{-10^{-4}} = -10g\hat j} \ N/C$$

b) Kasu honetan $\vec E' = 10g\hat j$.

Newtonen Bigarren legea aplikatuz $\sum\vec F = m\cdot\vec a \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{\vec a} = \frac{\sum\vec F}{m} = \frac{\vec F_E' + \vec P}{m} = \frac{q\cdot\vec E' + m\cdot\vec g}{m} =$$

$$= \frac{-10^{-4}\cdot 10g\hat j - 10^{-3}g\hat j}{10^{-3}} = \boxed{-2g\hat j \ m/s^2}$$



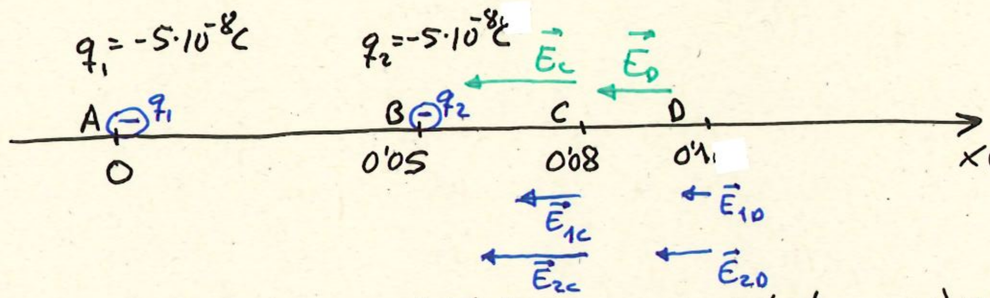
c) Grafikan dagoana: $\vec E = -10g\hat i$ N/C

Holan barriro Newtonen 2. legeagaz:

$$\boxed{\vec a'} = \frac{\vec F_E'' + \vec P}{m} = \frac{q\cdot\vec E'' + m\cdot\vec g}{m} =$$

$$= \frac{-10^{-4}\cdot(-10g\hat i) + 10^{-3}\cdot(-g\hat j)}{10^{-3}} = \boxed{g(\hat i - \hat j) \ m/s^2}$$

2007-7-A2. Bi karga puntual, $-5\cdot10^{-8}$ C-ekoak, finko daude OX ardatzeko x = 0 eta x = 5 cm puntuetan. Kalkulatu **E** eremu elektrikoaren modulua, norabidea eta noranzkoa x = 8 cm eta x = 10 cm puntuetan. Halaber, kalkulatu puntu horietako V potentzial elektrostatikoa. m = 5 mg-ko masa eta q = $+10^{-9}$C-eko karga dituen partikula bat geldiunetik askatzen bada x = 10 cm puntuan, zenbateko abiadura izango du x = 8 cm puntutik igarotzean?



a) C eta D puntuetan eremu elektrikoak kalkulatzeko gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dogu:

$$\boxed{\vec{E}_C=\vec{E}_{1C}+\vec{E}_{2C}=K\frac{q_1}{d_{AC}^2}\hat{i}+K\frac{q_2}{d_{BC}^2}\hat{i}=-K\cdot5\cdot10^{-8}\left(\frac{1}{0'08^2}+\frac{1}{0'03^2}\right)\hat{i}=-6'3\cdot10^{-5}K\hat{i}\ \frac{V}{m}}$$

$$\boxed{\vec{E}_D=\vec{E}_{1D}+\vec{E}_{2D}=K\frac{q_1}{d_{AD}^2}\hat{i}+K\frac{q_2}{d_{BD}^2}\hat{i}=-K\cdot5\cdot10^{-8}\left(\frac{1}{0'1^2}+\frac{1}{0'05^2}\right)\hat{i}=-2'5\cdot10^{-5}K\hat{i}\ \frac{V}{m}}$$

b) Potentzial elektrostatikorako bardin:

$$\boxed{V_C=V_{1C}+V_{2C}=K\frac{q_1}{d_{AC}}+K\frac{q_2}{d_{BC}}=-5\cdot10^{-8}K\left(\frac{1}{0'08}+\frac{1}{0'03}\right)=-2'3\cdot10^{-6}K\ V}$$

$$\boxed{V_D=V_{1D}+V_{2D}=K\frac{q_1}{d_{AD}}+K\frac{q_2}{d_{BD}}=-5\cdot10^{-8}K\left(\frac{1}{0'1}+\frac{1}{0'05}\right)=-1'5\cdot10^{-6}K\ V}$$

c) D puntuan askatzean eremuak egindako lanagaitik C puntutik pasatuko da. Eremuak egindako lana partikulak energia zinetiko lez pilatuko dau. Beraz, energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

$$E_{mC}=E_{mD}\ ;\ E_{zC}+E_{pC}=E_{zD}+E_{pD}\ ;\ \frac{1}{2}mv_C^2+q\cdot V_C=\frac{1}{2}mv_D^2+q\cdot V_D\rightarrow$$

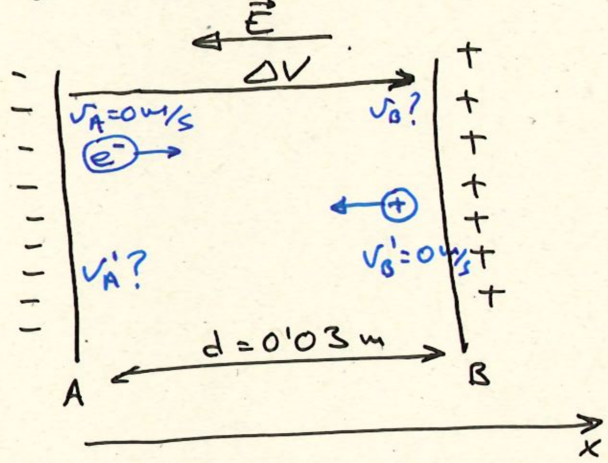
$\xrightarrow{v_D=0\,m/s}$ $\boxed{v_C}=\sqrt{\frac{2}{m}q\cdot(V_D-V_C)}=\sqrt{\frac{2}{5\cdot10^{-6}}\cdot10^{-9}\cdot(-1'5\cdot10^{-6}K+2'3\cdot10^{-6}K)}=$

$$=\boxed{1'78\cdot10^{5}\sqrt{K}\ m/s}$$

OHARRA:

K-ren balioa erabili ahal bada, nahiz eta datuetan ez dagoan, emaitzak honek dira:
a) $\boxed{\vec{E}_C=-5'67\cdot10^5\,\hat{i}\ N/C}$ $\boxed{\vec{E}_D=-2'25\cdot10^5\,\hat{i}\ N/C}$
b) $\boxed{V_C=-20700V}$ $\boxed{V_D=-13500V}$
c) $\boxed{v_C=1'697\ m/s}$

2006-6-B1. Bi xafla paralelo, bata bestetik 0,03 m-ko distantziara, 900 V-eko bateria baten borneetara konektatuta daude. Xafla bien arteko eremu elektrikoa uniformea dela onartuz, kalkulatu xaflen arteko eremuaren intentsitatea. Xafla negatiboan elektroi bat askatzen baldin badugu, pausagunetik, zenbatekoa izango da bere abiadura xafla positibora heltzean? Eta xafla positiboan protoi bat askatuko bagenu, pausagunetik, zenbatekoa izango litzateke bere abiadura xafla negatibora heltzean? Zein da partikula bien bukaerako energia zinetikoen arteko erlazioa? *Elektroiaren eta protoiaren karga: $1,6\cdot10^{-19}$C; Elektroiaren masa: $9,1\cdot10^{-31}$kg; Protoiaren masa: $1,67\cdot10^{-27}$kg*



a) Eremuaren norantza potentzialaren hazkuntzaren kontrakoa da. (Grafikoan adierazita.
Holan $\vec{E}$-ren modulua eta ΔV erlazionatuz:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{900V}{0'03m} = 30000\,\frac{V}{m}$$

Era bektorialean: $\boxed{\vec{E} = -30000\,\hat{i}\,\frac{V}{m}}$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

$$E_{m_B} = E_{m_A}\,;\; E_{zB}+E_{pB} = E_{zA}+E_{pA}\,;\; \frac{1}{2}m_e v_B^2 + q_e\cdot V_B = \frac{1}{2}m v_A^2 + q\cdot V_A \rightarrow$$

$$\rightarrow (v_A = 0\,m/s) \rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{m_e}\cdot q_e(V_A - V_B)} = \sqrt{\frac{2}{9'1\cdot10^{-31}}(-1'6\cdot10^{-19})\cdot(-900)} = 1'78\cdot10^{7}\,m/s}$$

(elektroiaren abiadura)

c) Bardin protoiagaz:

$$E_{m_A} = E_{m_B}\,;\; E_{zA}+E_{pA} = E_{zB}+E_{pB}\,;\; \frac{1}{2}m_p v_A'^2 + q_p\cdot V_A = \frac{1}{2}m_p v_B'^2 + q_p\cdot V_B \rightarrow$$

$$\rightarrow (v'_B = 0\,m/s) \rightarrow \boxed{v'_A = \sqrt{\frac{2}{m_p}\cdot q_p(V_B - V_A)} = \sqrt{\frac{2}{1'67\cdot10^{-27}}\cdot1'6\cdot10^{-19}\cdot900} = 4'15\cdot10^{5}\,m/s}$$

(protoiaren abiadura)

d) Biek bereganatzen daben energia (zinetiko lez dagoana amaieran), potentzial diferentziak emonda lortzen dabe. Euren kargen guztizko balioak bardinak direnez energia bera lortzen dabe eta beraz energia zinetikoen erlazioa 1 da.

Amaierako abiadurak ezbardinak dira, lortutako energia zinetikoa bi masa ezbardinetan aplikatzen dalako.

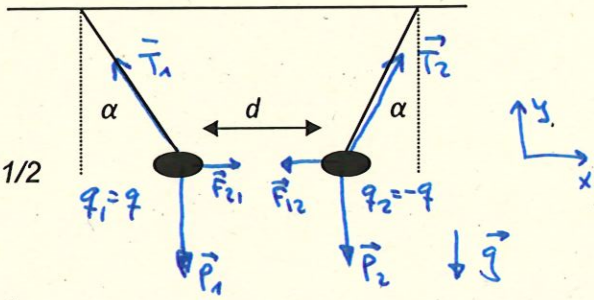
2005-6-B1. *m* masa berdinak eta +*q* eta –*q* karga elektrikoak dituzten bi esferatxo, luzera berdineko harietatik esekita daude. Erakarpen elektrostatikoa dela eta, hariak α = 30º -ko angelua osatzen dute bertikalarekin eta esferatxoen arteko orekako distantzia d=1m da.

a) Marraztu esferatxo bakoitzaren gaineko indarrak.

b) Kalkulatu q-ren balioa.

c) Kalkulatu indarren balioa.

*Datuak: m=1g, g=10m/s², K=9*10⁹ Nm²C⁻², sen30º =1/2*



a) Enuntziatuaren grafikan gainean egin da.

b) Lehen kargan zentratuta eta orekan dagoenez, Newtonen lehen legea aplikatuko dezakegu, $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$

$$\vec{T}_1 + \vec{F}_{21} + \vec{P}_1 = \vec{0} \rightarrow T_1(-\sin 30^\circ \hat{i} + \cos 30^\circ \hat{j}) + K\frac{q^2}{d^2}\hat{i} - mg\hat{j} = \vec{0} \rightarrow$$

→ Bi ardatzetan

$$x: \; -T_1 \sin 30^\circ + K\frac{q^2}{d^2} = 0$$

$$y: \; T_1 \cos 30^\circ - mg = 0 \rightarrow \boxed{T_1 = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{10^{-3}\cdot 10}{\sqrt{3}/2} = 1'15\cdot 10^{-2}\,N}$$

$$\rightarrow 1'15\cdot 10^{-2}\cdot \sin 30^\circ = \frac{K\cdot q^2}{1} \Rightarrow \boxed{q = \sqrt{\frac{1'15\cdot 10^{-2}\cdot \sin 30^\circ}{K}} = \sqrt{\frac{1'15\cdot 10^{-2}\cdot \sin 30^\circ}{9\cdot 10^9}} = 8\cdot 10^{-7}\,C}$$

c) Datu hauekin eta era simetrikoan dagoenez tentsioak:

$$\boxed{\vec{F}_{21} = K\frac{q^2}{d^2}\hat{i} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{(8\cdot 10^{-7})^2}{1^2}\hat{i} = 5'77\cdot 10^{-3}\,\hat{i}\,N} \quad \boxed{\vec{F}_{12} = -5'77\cdot 10^{-3}\,\hat{i}\,N}$$

$$\boxed{\vec{P}_1 = \vec{P}_2 = m\cdot\vec{g} = 10^{-3}\cdot(-10\hat{j}) = -10^{-2}\,\hat{j}\,N}$$

$$\boxed{\vec{T}_1 = 1'15\cdot 10^{-2}(-\sin 30^\circ\hat{i} + \cos 30^\circ\hat{j}) = (-0'00575\hat{i} + 0'00996\hat{j})\,N}$$

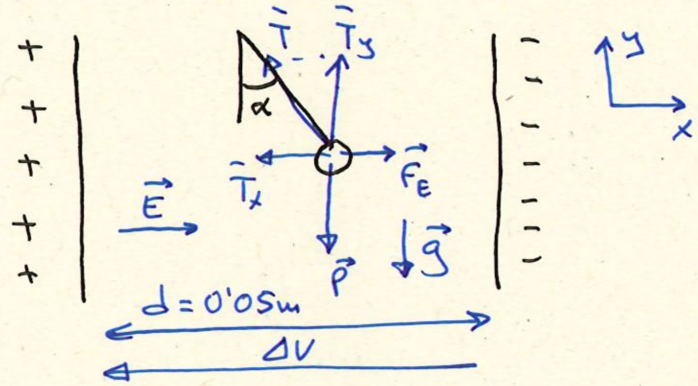
$$\boxed{\vec{T}_2 = (0'00575\hat{i} + 0'00996\hat{j})\,N}$$

2004-6-B1. 0,2 g-ko esfera txiki bat, masa gabeko hari batetik eskegita dago bi xafla bertikal eta paraleloen artean. Xaflen artean, eremu elektrikoa uniformea da eta xaflen perpendikularra. Xaflen arteko distantzia 5 cm-koa da eta esferatxoaren karga $6 \cdot 10^{-9}$ C-ekoa.

a) Marraz bedi esferaren gainean eragiten dituzten indar guztien eskema oreka posizioan.

b) Zenbatekoa izan behar da xaflen arteko potentzial diferentzia, hariak bertikalarekin 45º-ko angelua osotu dezan oreka posizioan?

a)



b) Orekan dagoanez Newtonen Lehen legea aplikatuko dogu:

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \rightarrow \vec{T} + \vec{F}_E + \vec{P} = \vec{0} \rightarrow$$

$$\vec{E} = \frac{\Delta V}{d}\hat{i}$$

$$\rightarrow T(-\sin 45^\circ \hat{i} + \cos 45^\circ \hat{j}) + q\vec{E} + m\vec{g} = \vec{0}$$

$$\vec{g} = -10\hat{j}\ m/s^2$$

$$x \quad -T\sin 45^\circ + q \cdot \frac{\Delta V}{d} = 0 \longrightarrow \Delta V = \frac{T \sin 45 \cdot d}{q}$$

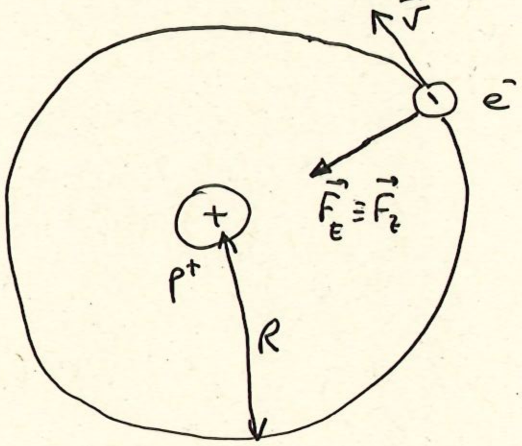
$$y \quad T\cos 45^\circ - m \cdot 10 = 0 \rightarrow T = \frac{m \cdot 10}{\cos 45^\circ} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 10}{\cos 45^\circ} = 0'002828N$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{0'002828 \cdot \sin 45 \cdot 0'05}{6 \cdot 10^{-9}} = 1'7 \cdot 10^4 V}$$

2003-6-B1. Hidrogenozko atomoaren Bohr-en ereduan, elektroi batek orbita zirkularra deskribatzen du protoi bakarra duen nukleoaren inguruan, Coulomb-en legea betetzen duen indar erakarlearen eraginpean. Orbitaren erradioa $5{,}28\cdot10^{-9}$ cm-koa bada, kalkula bitez:

a) Elektroiak segundu bakoitzeko ematen dituen birak
b) Elektroiaren energia potentzial elektrostatikoa
c) Elektroiaren energia osoa

Elektroiaren karga: $e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Elektroiaren masa: $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$kg; $K=9*10^9$ $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$



a) Ematen dauzan birak Kalkulatzeko abiadura orbitala jakin behar dogu.

Grafikan ikusten danez indar elektrikoa eta indar zentripetua identifikatu daikegoz.

Coulomb-en Legeak diño: $F_E = K\dfrac{|Q_1||Q_2|}{R^2}$

Eta indar zentripetua: $F_z = m_e\dfrac{v^2}{R}$

$\Big\}\ (=) \rightarrow$

$$\rightarrow\ m_e\frac{v^2}{R} = K\frac{|Q_1||Q_2|}{R^2} \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{K|Q_1||Q_2|}{m\cdot R}} = \sqrt{\frac{9\cdot10^9(1'6\cdot10^{-19})^2}{9'1\cdot10^{-31}\cdot5'28\cdot10^{-11}}} = 2'19\cdot10^6\,m/s}$$

Holan abiadura lineala eta angeluarra erlazionatuz, eta higidura periodikoa izanik: $v = \omega\cdot R$; $v = \dfrac{2\pi}{T}\cdot R \rightarrow T = \dfrac{2\pi\cdot R}{v} = 1'515\cdot10^{-16}s$

Periodoa bira bat emoteko denpora danez, orduan:

$$\boxed{\text{Birak segunduko} = \frac{1s}{1'515\cdot10^{-16}\,s/\text{bira}} = 6'6\cdot10^{15}\ \text{bira segunduko}}$$

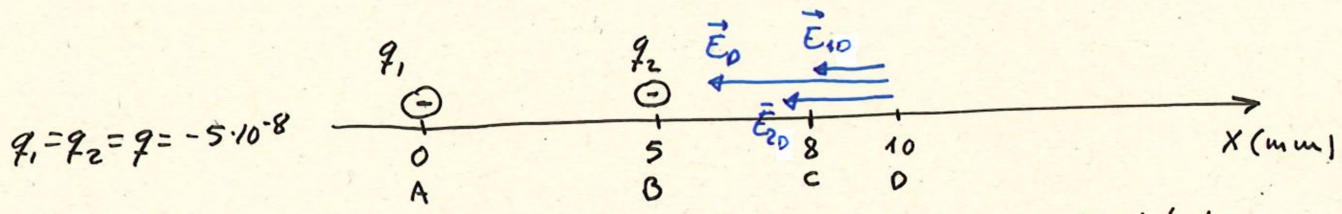
b) Zuzenean formulagaz: $\boxed{E_p = K\dfrac{q_1\cdot q_2}{R} = K\dfrac{-1'6\cdot10^{-19}\cdot1'6\cdot10^{-19}}{5'28\cdot10^{-11}} = -4'36\cdot10^{-18}\,J}$

c) Energia osoa, mekaniko osoa, potentziala gehi zinetikoa da.

$$E_z = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}9'1\cdot10^{-31}\cdot(2'19\cdot10^6)^2 = 2'18\cdot10^{-18}J$$

Beraz $\boxed{E_m = E_z + E_p = 2'18\cdot10^{-18} - 4'36\cdot10^{-18} = -2'18\cdot10^{-18}J}$

2002-7-A1. Balio negatiboko $-5\cdot10^{-8}$ C-eko bi karga puntual tinko daude OX ardatzeko $x_1 = 0$ eta $x_2 = 5$ puntuetan, neurriak milimetroetan daudelarik. Lor bitez:
a) $x_3 = 10$ puntuan dagoen eremu elektriko, beraren norabidea eta norantza emanez.
b) $x_4 = 8$ puntura heltzen den $8\cdot10^{-9}$ C-eko karga eta 5 mg-ko masa dituen partikula baten abiadura, berau $x_5 = 10$ puntuan geldiunetik askatzen bada. *[K = (1/4πε₀) = 9·10⁹ N·m²/C²]*



a) D puntuko eremu elektrikoaren intentsitate bektorea kalkulatzeko gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dogu:

$$\boxed{\vec{E}_D} = \vec{E}_{1D} + \vec{E}_{2D} = K\frac{q_1}{d_{1D}^2}\hat{i} + K\frac{q_2}{d_{2D}^2}\hat{i} = qK\left(\frac{1}{d_{1D}^2}+\frac{1}{d_{2D}^2}\right)\hat{i} =$$

$$= -5\cdot10^{-8}\cdot9\cdot10^{9}\left(\frac{1}{(10\cdot10^{-3})^2}+\frac{1}{(5\cdot10^{-3})^2}\right)\hat{i} = \boxed{-2'25\cdot10^{7}\hat{i}\,\frac{N}{C}}$$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuko dogu. Hori baino lehen C eta D puntuetako potentzialak kalkulatuko dogu:

$$\boxed{V_D} = V_{1D} + V_{2D} = K\frac{q_1}{d_{1D}} + K\frac{q_2}{d_{2D}} = qK\left(\frac{1}{d_{1D}}+\frac{1}{d_{2D}}\right) = -5\cdot10^{-8}\cdot9\cdot10^{9}\cdot\left(\frac{1}{10^{-2}}+\frac{1}{5\cdot10^{-3}}\right) =$$

$$= \boxed{-13500\,V}$$

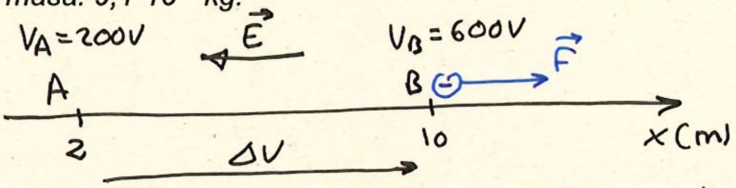
$$\boxed{V_C} = V_{1C} + V_{2C} = K\frac{q_1}{d_{1C}} + K\frac{q_2}{d_{2C}} = Kq\left(\frac{1}{d_{1C}}+\frac{1}{d_{2C}}\right) = -5\cdot10^{-8}\cdot9\cdot10^{9}\left(\frac{1}{8\cdot10^{-3}}+\frac{1}{3\cdot10^{-3}}\right) =$$

$$= \boxed{-206250\,V}$$

Holan: $E_{mC} = E_{mD}$; $\frac{1}{2}mv_C^2 + qV_C = \frac{1}{2}mv_D^2 + q\cdot V_D \xrightarrow{v_D = 0\,m/s}$

$$\rightarrow \boxed{v_C} = \sqrt{\frac{2}{m}q(V_D - V_C)} = \sqrt{\frac{2}{5\cdot10^{-6}}8\cdot10^{-9}\cdot(-13500+206250)} = \boxed{24'84\ m/s}$$

2001-7-B1. x = 2m den espazioko puntuan, potentzial elektrikoak 200V-ko balioa du, eta x = 10m den puntuan, 600V-koa. a) Lor bitez eremu elektrikoaren modulu, norabide eeta norantza, berau uniformea dela suposatuz. b) Kalkula bedi x = 10 m puntuan askaturiko elektroi batek x = 2 m puntutik igarotzean izango duen abiadura.
Elektroiaren karga: $1,6\cdot10^{-19}$C; Elektroiaren masa: $9,1\cdot10^{-31}$kg.



a) $\vec{E}$ aurrera doan bitartean potentzialaren balioa jaisten doa (karga positibo sortzailetik urruntzean). Holan, kasu honetan, $\vec{E}$-ren norantza x ardatzaren norantza negatiboa da.
Bere modulua kalkulatzeko: $E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{(600-200)V}{(10-2)m}=\frac{400V}{8m}=50\frac{V}{m}$

Beraz: $\boxed{\vec{E}=-50\vec{i}\,\frac{V}{m}}$

b) B puntuan askatzen badugu elektroi bat ez da pasatuko A puntutik, indar elektrikoak x ardatzaren norantza positiboan mugituko duelako: $\boxed{\vec{F}_{e^-}=e^-\cdot\vec{E}=-1'6\cdot10^{-19}\cdot(-50\vec{i})=8\cdot10^{-18}\vec{i}\,N}$

(Grafikan urdinez adierazita)